

相对论平均场理论中耦合常数 g_ρ 的确定与研究*

赵先锋

(滁州学院电子信息工程系, 安徽 滁州 239000)

摘要: 从相对论平均场理论出发, 导出了 ρ 介子与核子的耦合参数 g_ρ 与饱和核物质密度 ρ_0 、对称能量系数 a_{sym} 及核子有效质量 m^* 之间的代数关系式; 由得到的公式对相对论平均场理论计算中曾用到的几组 ρ 介子耦合参数进行了分析。采用 NSCL/MSU 给出的核子最新实验数据, 对 ρ 介子与核子的耦合参数 g_ρ 进行了计算并做了初步讨论。

关键词: ρ 介子; 耦合常数; 相对论平均场理论

中图分类号: O572.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2011) 02-0031-05

The Definition and Study of the Coupling Constants g_ρ in RMF

ZHAO Xianfeng

(Department of Electronics Engineering, Chuzhou University, Chuzhou 239000, China)

Abstract: The algebraic equation of g_ρ is derived from the relativistic mean field theory. Several sets of ρ meson coupling constants used in RMF are analyzed. Adopting the new experimental data of NSCL/MSU, the coupling constants of ρ mesons are calculated.

Keywords: rho meson; coupling constant; the relativistic mean field theory

在包括 σ, ω, ρ 介子及 σ 介子自相互作用的相对论平均场理论 (RMF) 中, 需要确定核子与介子的耦合常数。近些年来, 在相对论平均场理论的研究中, 人们得到了多组介子与核子的耦合参数, 如 NL3、TM1、TM2、NLSH、GL85 和 GL97 等^[1-5]。这五个耦合常数中, 其中的 g_ρ 是描述无限核物质中质子和中子的不对称性质的, 它联系于饱和核物质的密度 ρ_0 、有效质量 m^* , 尤其是对称能量系数 a_{sym} ^[5]。由于实验核物理的不断发展, 对于饱和核物质对称能的研究乃是一个非常活跃

的领域。对称能的研究可以通过多种实验方法进行, 其中最重要的一种是通过重离子碰撞获得相关数据^[6-15]。2004 年, Tsang 等^[16]在美国密歇根州立大学的国家超导回旋加速器实验室 (NSCL/MSU)

进行了¹¹²Sn 和¹¹⁴Sn 的重离子碰撞试验, 给出了较新的对称能实验数据。

本文从相对论平均场理论出发, 导出 ρ 介子与核子的耦合参数 g_ρ 的代数关系式; 并对相对论平均场理论计算中曾用到的几组 ρ 介子耦合参数进行分析; 采用 NSCL/MSU 给出的核子最新实验数据, 对 ρ 介子与核子的耦合参数 g_ρ 进行计算并对结果进行讨论。

1 耦合常数 g_ρ 代数表达式的推导

核物质的拉格朗日密度为^[5]

$$L = \bar{\Psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu - m + g_\sigma \sigma - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \rho_3^a) \Psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 -$$

* 收稿日期: 2010-03-22

基金项目: 安徽省省级自然科学基金资助项目 (KJ2009B106); 滁州学院科研资助项目 (2008kj019B); 滁州学院博士科研启动基金资助项目

作者简介: 赵先锋 (1969 年生), 男, 博士, 副教授; E-mail: zhaopioneer.student@sina.com.

$$\frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}\rho_{\mu\nu}\cdot\rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\cdot\rho^\mu \quad (1)$$

式中, Ψ 是核子的 Dirac 旋量, 对应的质量为 m_σ , ω, ρ 分别是 σ 介子、 ω 介子和 ρ 介子的场算符, $m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ 是这些介子的质量. $g_\sigma, g_\omega, g_\rho, g_2, g_3$ 为核子耦合常数, 它们可以利用饱和核物质的性质, 如密度 ρ_0 、束缚能 B/A 、压缩系数 K 、有效质量 m^* 和对称能量系数 a_{sym} 定出。

对于核物质, 应用相对论平均场近似后, 得到由中子和质子非对称性所贡献的能量密度为^[5]

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{\pi^2}\left[\int_0^{k_p} k^2 + (m - g_\sigma\sigma)^2 k^2 dk + \int_0^{k_n} k^2 + (m - g_\sigma\sigma)^2 k^2 dk\right] \quad (2)$$

式中 k 为核子的费米动量。

令核物质核子数密度为 ρ , 中子数密度为 ρ_n , 质子数密度为 ρ_p , 则有

$$\rho = \rho_n + \rho_p \quad (3)$$

再令

$$t = (\rho_n - \rho_p) \quad (4)$$

利用 ρ 介子的平均值方程

$$g_\rho\rho_{03} = (g_\rho/m_\rho)^2 \frac{1}{2}(\rho_p - \rho_n) \quad (5)$$

则有

$$\frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 = \frac{1}{8}(g_\rho/m_\rho)^2\rho^2t^2 \quad (6)$$

故由中子和质子非对称性所贡献的单个核子能量密度为

$$\frac{\varepsilon}{\rho} = \frac{1}{8}(g_\rho/m_\rho)^2\rho t^2 + \frac{1}{\rho} \frac{1}{\pi^2} \cdot$$

$$\left[\int_0^{k_p} \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma\sigma)^2} k^2 dk + \int_0^{k_n} \sqrt{k^2 + (m - g_\sigma\sigma)^2} k^2 dk\right] \quad (7)$$

利用积分公式

$$\int x^2 \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{8} \cdot$$

$[x(2x^2 + a^2)\sqrt{x^2 + a^2} - a^4 \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + a^4 \ln a]$
并令核子有效质量为

$$m^* = m - g_\sigma\sigma \quad (8)$$

则 (7) 式积分后化为

$$\frac{\varepsilon}{\rho} = \frac{1}{8}(g_\rho/m_\rho)^2\rho t^2 + \frac{1}{8\rho\pi^2}\left[k_p(2k_p^2 + m^{*2})\sqrt{k_p^2 + m^{*2}} + k_n(2k_n^2 + m^{*2})\sqrt{k_n^2 + m^{*2}} - m^{*4}\ln(k_p + \sqrt{k_p^2 + m^{*2}}) - m^{*4}\ln(k_n + \sqrt{k_n^2 + m^{*2}}) + 2m^{*4}\ln m^*\right] \quad (9)$$

对称能系数为单核子能量对 t 的二阶偏导数

$$a_{sym} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2(\varepsilon/\rho)}{\partial t^2}\right]_{t=0} \quad (10)$$

易求

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{1}{8}(g_\rho/m_\rho)^2\rho^2t\right)\right] = \frac{1}{8}(g_\rho/m_\rho)^2\rho \quad (11)$$

为了计算 (9) 式后面几项对 t 的二阶偏导, 令

$$\begin{aligned} I_1 &= k_p(2k_p^2 + m^{*2})\sqrt{k_p^2 + m^{*2}}, \\ I_2 &= k_n(2k_n^2 + m^{*2})\sqrt{k_n^2 + m^{*2}} \\ I_3 &= \ln(k_p + \sqrt{k_p^2 + m^{*2}}) \\ I_4 &= \ln(k_n + \sqrt{k_n^2 + m^{*2}}) \end{aligned} \quad (12)$$

联立 (3)、(4) 式得

$$\rho_n = \frac{1}{2}\rho_0(1+t), \quad \rho_p = \frac{1}{2}\rho_0(1-t) \quad (13)$$

费米动量和饱和核密度的关系是

$$\rho_0 = \frac{2k_F^3}{3\pi^2}, \quad \rho_n = \frac{k_n^3}{3\pi^2}, \quad \rho_p = \frac{k_p^3}{3\pi^2} \quad (14)$$

把 (14) 式代入 (13) 式, 得

$$k_n = k_F(1+t)^{1/3}, \quad k_p = k_F(1-t)^{1/3} \quad (15)$$

所以,

$$\frac{\partial k_p}{\partial t} = -\frac{1}{3}k_F^3k_p^{-2}, \quad \frac{\partial k_n}{\partial t} = \frac{1}{3}k_F^3k_n^{-2} \quad (16)$$

由此, 得

$$\frac{\partial I_1}{\partial t} = \frac{\partial I_1}{\partial k_p} \frac{\partial k_p}{\partial t} = -\frac{1}{3}k_F^3(k_p^2 + m^{*2})^{-1/2} \cdot (8k_p^2 + 8m^{*2} + m^{*4}k_p^{-2}) \quad (17)$$

由 (15) 式可知, $t=0$ 即意味着 $k_n = k_p = k_F$, 因此

$$\left(\frac{\partial^2 I_1}{\partial t^2}\right)_{t=0} = \left\{\frac{\partial}{\partial k_p}\left[-\frac{1}{3}k_F^3(k_p^2 + m^{*2})^{-1/2} \cdot (8k_p^2 + 8m^{*2} + m^{*4}k_p^{-2})\right]\right\}_{t=0} =$$

$$\left\{-\frac{1}{3}k_F^3\left[\frac{1}{3}k_F^3k_p^{-1}(k_p^2 + m^{*2})^{-3/2}(8k_p^2 + 8m^{*2} + m^{*4}k_p^{-2}) + (k_p^2 + m^{*2})^{-1/2}\left(-\frac{16}{3}k_F^2k_p^{-1} + \frac{2}{3}m^{*4}k_F^3k_p^{-5}\right)\right]\right\}_{t=0} =$$

$$\frac{8}{9}\frac{k_F^5}{\sqrt{k_F^2 + m^{*2}}} - \frac{1}{9}\frac{m^{*4}k_F^3(3 + 2m^{*2}k_F^{-2})}{(k_F^2 + m^{*2})^{3/2}} \quad (18)$$

同理可得,

$$\left(\frac{\partial^2 I_2}{\partial t^2}\right)_{t=0} = \frac{8}{9}\frac{k_F^5}{\sqrt{k_F^2 + m^{*2}}} - \frac{1}{9}\frac{m^{*4}k_F^3(3 + 2m^{*2}k_F^{-2})}{(k_F^2 + m^{*2})^{3/2}} \quad (19)$$

又因为

$$\frac{\partial I_3}{\partial t} = \frac{\partial I_3}{\partial k_p} \frac{\partial k_p}{\partial t} = \frac{k_F^3}{3m^{*2}} [k_p^{-2} \sqrt{k_p^2 + m^{*2}} - (k_p^2 + m^{*2})^{-1/2}] \quad (20)$$

所以

$$\left(\frac{\partial^2 I_3}{\partial t^2} \right)_{t=0} = \left\{ \frac{\partial}{\partial k_p} \frac{k_F^2}{3m^{*2}} \cdot [k_p^{-2} \sqrt{k_p^2 + m^{*2}} - (k_p^2 + m^{*2})^{-1/2}] \frac{\partial k_p}{\partial t} \right\}_{t=0} = - \frac{k_F^3}{9} \frac{3 + 2m^{*2} k_F^{-2}}{(k_F^2 + m^{*2})^{3/2}} \quad (21)$$

同理,

$$\left(\frac{\partial^2 I_4}{\partial t^2} \right)_{t=0} = - \frac{k_F^3}{9} \frac{3 + 2m^{*2} k_F^{-2}}{(k_F^2 + m^{*2})^{3/2}} \quad (22)$$

把 (9)、(11)、(18)、(19)、(21) 和 (22) 式代入 (10) 式, 得对称能系数为

$$a_{sym} = \frac{1}{8} (g_\rho/m_\rho)^2 \rho + \frac{k_F^2}{6(k_F^2 + m^{*2})^{1/2}} \quad (23)$$

由此得 ρ 介子的耦合参数为

$$\left(\frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 = \frac{8}{\rho} \left(a_{sym} - \frac{k_F^2}{6(k_F^2 + m^{*2})^{1/2}} \right) \quad (24)$$

由 (14) 式, 上式亦可写为

$$\left(\frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 = \frac{8}{\rho_0} \left(a_{sym} - \frac{(1.5\pi^2 \rho_0)^{2/3}}{6((1.5\pi^2 \rho_0)^{2/3} + m^{*2})^{1/2}} \right) \quad (25)$$

式 (24)、(25) 即为计算 ρ 介子耦合参数的代数表达式, 据此, ρ 介子的耦合参数 g_ρ 可以利用饱和核物质的密度 ρ_0 、对称能系数 a_{sym} 和有效质量 m^* 给出。

按照上述公式求出的 ρ 介子耦合参数 g_ρ , 适用于饱和核物质; 至于是否可以外推到如中子星这样的高密度物质中去, 要视实验或观测数据而作相应调整。当然, 把计算出的核子耦合参数应用于中子星物质时, 还需要考虑到中子星物质的化学平衡条件、电中性条件和粒子数守恒条件。

2 ρ 介子耦合参数的分析及新的耦合参数的计算

在相对论平均场理论的计算中, 人们曾使用过多组耦合参数 (见表 1)。这几组数据, 有的是直接由上述公式计算得出, 在核物理及核天体物理的理论计算中与实验或观测结果符合得较好; 有的是由上述公式算出后, 其结果与实验或观测相去较远, 因此, 又根据有限核的单粒子性质作了相应调整^[5]。

表 1 相对论平均场理论计算中用过的 ρ 介子的耦合参数

Table 1 The nucleon coupling constants of mesons ρ used in RMF calculation

parameters		m_n	m_ρ	ρ_0	a_{sym}	m^*/m	$(g_\rho/m_\rho)^2$
NL3	文 [1]	939	763	0.148	37.4	0.6	1.339 1
	This work	939	763	0.148	37.4	0.6	5.399 8
TM1	文 [2]	938	770	0.145	36.9	0.634	1.409 2
	This work	938	770	0.145	36.9	0.634	5.649 4
TM2	文 [2]	938	770	0.132	35.8	0.571	1.437 4
	This work	938	770	0.132	35.8	0.571	5.712
NLSH	文 [3]	939	763	0.146	36.1	0.6	1.284 9
	This work	939	763	0.146	36.1	0.6	5.153 4
GL85	文 [4]	939	770	0.145	36.8	0.77	6.2
	This work	939	770	0.145	36.8	0.77	6.35
GL97	文 [5]	939	770	0.153	32.5	0.78	4.791
	This work	939	770	0.153	32.5	0.78	4.794 2

对于耦合参数组 GL97, 文献 [5] 给出的 ρ 介子的耦合参数 g_ρ 数值是 4.791, 与我们的计算值 4.794 2 相符, 因此, 文献给出的该值是直接由计算得来的。对于耦合参数组 GL85, 文献 [4] 给出的 g_ρ 数值是 6.2, 与我们的计算值 6.35 相差 2.4%, 文献给出的值是直接由计算得来并作了很小调整 (见图 1)。

图 2 为耦合参数组 NL3, TM1, TM2 和 NLSH 给出的 g_ρ 值与本文计算值的比较。由图 2 及表 1 可见, 文献中给出的 g_ρ 值分别为: NL3-1.339 1, TM1-1.409 2, TM2-1.437 4, NLSH-1.284 9; 而本文根据相应文献提供的核子参数计算的 g_ρ 值分别为: NL3-5.399 8, TM1-5.649 4, TM2-5.712, NLSH-5.153 4, 二者相差太远。原因是 NL3 和 TM2 适合描述轻核,

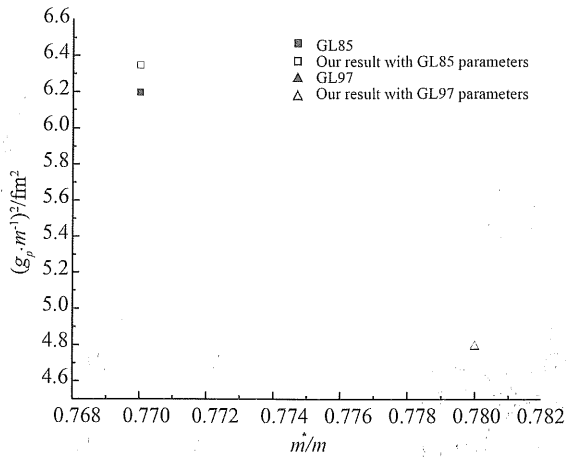


图 1 耦合参数组 GL97 和 GL85 给出的 g_ρ 与本文计算值的比较

Fig. 1 Checking the g_ρ given by GL97 and GL85 against that calculated in this work

TM1 适合描述 $Z > 20$ 的重核, 而 NLSH 仔细考虑了核的同位旋性质, 适合计算远离 β 稳定线的核^[5], 直接计算值必须要利用有限核的单粒子性质作调整, 才能与无限核物质和核天体物理的实验和观测结果相符。

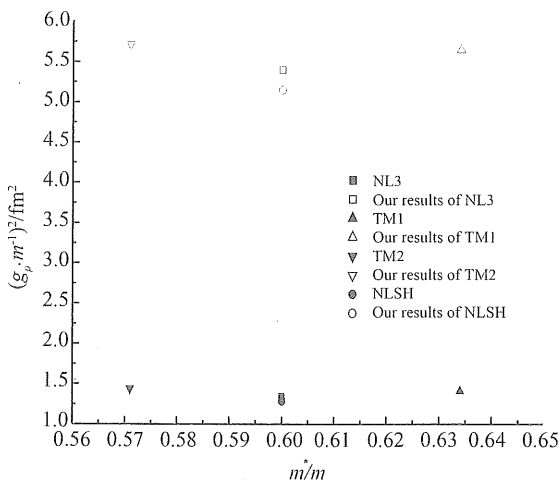


图 2 耦合参数组 NL3, TM1, TM2 和 NLSH 给出的 g_ρ 与本文计算值的比较

Fig. 2 Checking the g_ρ given by NL3, TM1, TM2 and NLSH against that calculated in this work

2004 年, 在 NSCL/MSU 进行的 ^{112}Sn 和 ^{114}Sn 重离子碰撞试验给出的对称能等有关核子实验数据见表 2^[16]。核子有效质量, 当采用 MDI 物态方程 (the MDI EOS) 时取为 $m^*/m = 0.67$, 当采用 Skyrme 拟合 (the Skyrme fit) 时取为 $m^*/m =$

0.77。利用 NSCL/MSU 实验数据计算的 ρ 介子的耦合参数如表 2 和图 3, 它们介于 GL85、GL97 与 NL3、TM1、TM2 和 NLSH 之间, 此计算值是否可以外推到中子星等高密度核物质中去, 是否与核物理及核天体物理的实验或观测结果符合, 都需具体的理论计算与实验或观测结果来验证。如不符合, 尚需对其进行适当调整。

表 2 NSCL/MSU 给出的核子参数及本文据此计算的 ρ 介子耦合参数

Table 2 The nucleon constants given by NSCL/MSU and the corresponding coupling constants of ρ calculated

Parameters	m_n	ρ_0	a_{sym}	m^*/m	$(g_\rho/m_\rho)^2$
the MDI EOS	939	0.16	31.6	0.67	3.721 9
the Skyrme fit	939	0.16	31, 6	0.77	4.209 1

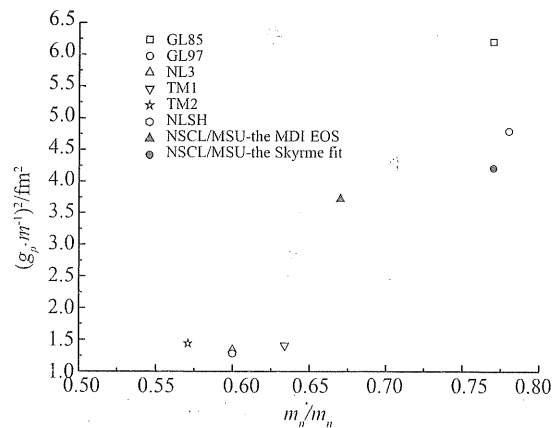


图 3 利用 NSCL/MSU 重离子碰撞数据计算的 ρ 介子耦合参数

Fig. 3 Nucleon coupling constants of ρ calculated from the data of NSCL/MSU

3 结 论

本文从相对论平均场理论出发, 导出了 ρ 介子与核子的耦合参数 g_ρ 与饱和核物质密度 ρ_0 、对称能量系数 a_{sym} 及核子有效质量 m^* 之间的代数关系式; 由得到的公式对相对论平均场理论计算中曾用到的几组 ρ 介子耦合参数进行了分析。采用 NSCL/MSU 给出的核子最新实验数据, 对 ρ 介子与核子的耦合参数 g_ρ 进行了计算并作了初步讨论。

参考文献:

[1] LALAZISSIS G A, KONIG J, RING P. A new parameterization for the Lagrangian density of relativistic mean field theory[J]. Phys Rev C, 1997, 55(1):540-543.

- [2] SUGAHARA Y, TOKI H. Relativistic mean field theory for lambda hypernuclei and neutron stars[J]. Prog Theor Phys, 1994, 92(4):803-813.
- [3] SHARMA M M, NAGARAJAN M A, RING P. Rho meson coupling in the relativistic mean field theory and description of exotic nuclei[J]. Phys Lett B, 1993, 312(4):377-381.
- [4] GLENDENNING N K. Neutron stars are giant hypernuclei? [J]. Ap J, 1985, 293: 470.
- [5] GLENDENNING N K. Compact stars: nuclear physics, particle physics, and general relativity[M]. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [6] TSANG M B, FRIEDMAN W A, GELBKE C K, et al. Isotopic scaling in nuclear reactions[J]. Phys Rev Lett, 2001, 86(22):5023-5026.
- [7] ONO A, DANIELEWICZ P, FRIEDMAN W A, et al. Isospin fractionation and isoscaling in dynamical simulations of nuclear collisions[J]. Phys Rev C, 2003, 68(5):051601.
- [8] LI Bao an. Neutron-proton differential flow as a probe of isospin-dependence of the nuclear equation of state[J]. Phys Rev Lett, 2000, 85(20):4221-4224.
- [9] LI Bao an. Probing the high density behaviour of nuclear symmetry[J]. Phys Rev Lett, 2002, 88:192701.
- [10] CHEN Lie wen, GRECO V, KO C M, et al. Effects of symmetry energy on two-nucleon correlation functions in heavy-ion collisions induced by neutron-rich nuclei[J]. Phys Rev Lett, 2003, 90(16):162701.
- [11] TAN W P, LI Bao an, DONANGELO R, et al. Fragment isotope distributions and the isospin dependent equation of state[J]. Phys Rev C, 2001, 64(5):051901(R).
- [12] MULLER H, SEROT B D. Phase transitions in warm, asymmetric nuclear matter[J]. Phys Rev C, 1995, 52(4):2072-2091.
- [13] LI Bao an, KO C M. Chemical and mechanical instability in hot isospin-asymmetric nuclear matter[J]. Nucl Phys A, 1997(618):498-508.
- [14] BARAN V, COLONNA M, TORO M D, et al. Spinodal decomposition of low-density asymmetric nuclear matter[J]. Nucl Phys A, 1998, 632(2):287-303.
- [15] XU H S, TSANG M B, LIU T X, et al. Isospin fractionation in nuclear multifragmentation[J]. Phys Rev Lett, 2000, 85(4):716-719.
- [16] TSANG M B, LIU T X, SHI L, et al. Isospin diffusion and the nuclear symmetry energy in heavy ion reactions[J]. Phys Rev Lett, 2004, 92(6):062701.

~~~~~

(上接第 30 页)

- [6] DRIVER K, MÖLLER M. Zeros of the hypergeometric polynomials  $F(-n, b; -2n; z)$  [J]. J Approx Theory, 2001, 110: 74-87.
- [7] BOGGS K, DUREN P. Zeros of hypergeometric functions [J]. Comput Methods Funct Theory, 2001, 1: 275-287.
- [8] DUREN P, GUILLOU B J. Asymptotic properties of zeros of hypergeometric polynomials [J]. J Approx Theory, 2001, 111: 329-343.
- [9] MARDEN M. Geometry of polynomials [M]. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1996.
- [10] ANDREWS G, ASKEY R, ROY R. Special function, encyclopedia of mathematics and its applications [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.